

Responſio ad Animadverſionem ad Davidis Gregorii Catenariam , Act. Eruditorum Lipſiæ. Menſe Februarii An. 1699.

QUÆ in Animadverſione ad noſtras de Catenaria Demonſtrationes objicit Anonymus ſunt hæc. Quod rem ab aliis jam ante ſeptennium inventam & publice expoſitam demonſtrare aggreſſus ſim, modo quodam meo. Ita quidem eſt, & me hoc facturum in ipſa præſatione ſum profeſſus. Quid vero hic redarguendum ſit non capio. Celeberrimi viri Hugenius, Leibnitius & Bernoullius plurimas Catenariæ proprietates detexerunt & ediderunt, at non demonſtrarunt. Ego, quod ſuſcepi, demonſtrationes pertexui. An Archimedi honeſte objiciatur illum *poſt diutiorẽ Temporis moram eorum de Heliſicibus Theorematum demonſtrationes edidiſſe quæ Conon reperit at non demonſtravit?* Hoc tamen proſitetur, in præſ. ad Librum de iſtis lineis, *Archimedes*. Ego certe Credo ita demum Geometriæ ſuam ſinceritatem, decuſque conſtare, ſi nihil non demonſtratum in publicum proferatur, ſaltem per annos plures non demonſtratum maneat.

Sed an res hæc (nempe Catenariæ Natura & proprietates primariæ) ab aliis inventa & publice expoſita fuit? Certe iſta Catenariæ proprietates, Corol. 6. Prop. 2. aliis
ſſſ
indicta

indicta est penitus ante editas hæc demonstrationes. Cum tamen sit ni fallor inter primarias illius proprietates, & omnium longe utilissima, & ad vitæ communis usus facillime reducenda. Ab omni ævo, in ædificiis publicis fornices arcusque tam ad firmitatem quam pulchritudinem adhibuerunt Architecti: Qualis tamen sit fornices figura legitima ad usque editas nostras demonstrationes ignoratum est. Citato enim Corollario dictum est primo, *Catenam in plano verticali, sed situ inverso, figuram servare nec decidere, adeoque arcum seu fornitem facere tenuissimum: Hoc est sphaeras minimas rigidas & lubricas in inversa curva Catenaria dispositas arcum constituere cujus nulla pars ab aliis extrorsum vel introrsum propellitur; sed manentibus infimis punctis immotis, virtute suæ figuræ sustineri.* Verum quidem est fornices firmos jam olim fuisse extructos: sed ad dictum Corol. ostensum id exinde fieri, quod in *crassitie cuiuslibet eorum quædam Catenaria inclusa sit: neque si tenuissimus esset, partesque haberet lubricas sustineretur alterius figuræ arcus.*

Agnoscit tamen postea Animadversionis Auctor Operæ pretium fore si res licet cognita dudum, ex novo sed solido principio derivaretur. Quomodo Res Geometrica non demonstrata dici possit cognita, ego non Capi, nisi assertum pro cognito habeatur, axioma certe Geometriæ promovendæ parum idoneum. Nullus dubito quin Celebres supra nominati Viri Theorematum inventores illorum demonstrationes noverint. At certe non ediderunt, nec alios ab illis edendis arcere voluerunt: Neque omnia ad Funiculariam attinentia exhaustiverunt, ut ex dictis de Fornices figura constat. Si priorum pulcherrimorum Theorematum demonstrationes publici juris fecissent, ego de aliis demonstrationibus condendis, neque forsan de aliis Theorematibus inveniendis cogitarem nunquam.

Sufficere ait Animadversor si consideretur quomodo propositionem primam & primariam cui reliquæ superstruuntur

struuntur demonstraverim ego. Neque illi suffecisse credendum, nisi quia in aliis quod commentario suo in pejus detorquere posset invenire nequibat. Et certe si, assumpta primaria Catanariæ proprietate, ad alia exinde eruenda me protinus contulissem, nihil fecissem quod à principibus Geometris non sit factum: Et in isto casu proprietates sequentibus propositionibus 6, & 29 corollariis, de assumpta Curva legitimè demonstratæ (quod ante non erat factum) jure habendæ forent. Malui tamen ex Catenæ natura proprietatem istam in antecessum eruere per prop. hanc primam, quam attente considerandam sibi proponit Animadverfor.

Primum quod reprehendat invenit, quod quædam ex Mechanicis constare dixerim, quæ distinctius enuntiare atque etiam applicare operæ pretium fuisse ait. Ego qui Geometris demonstranda Theoremata quædam susceperam, omnia minutim exequenda non credebam, sed vulgo nota & ex aliis scientiis petita assumere fas esse etiamnum arbitror; presertim si ipsum Theorema, ut in casu presenti, aperte enunciaverim. Verum ut Animadverfori gratum faciam, Lemma istud demonstrabo, cum distinctius enuntiare nequeam, quam est hactenus factum in hæc verba.

L E M M A.

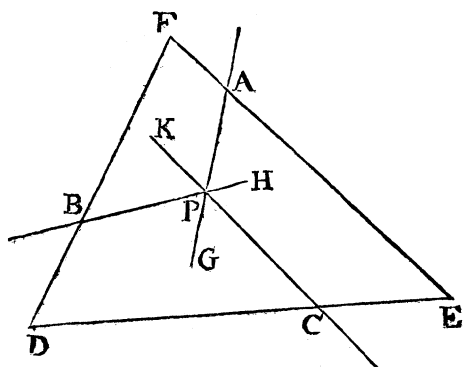
Potentia tres in æquilibrio positæ eandem habent rationem cum rectis tribus ad ipsarum directiones parallelis, vel in dato angulo inclinatis, à mutuo occursu terminatis.

Putæ si potentia tres trahentes, impellentes vel utcunque agentes, secundum rectas PA , PB , PC sint in æquilibrio; & inclinentur ad has directiones tres rectæ EF , FD , DE in angulo quovis dato, hoc est si anguli EAP , FBP , DCP fuerint æquales, Dico potentias

Sff 2

A,

A, B & C esse inter se ut rectæ FE, FD & DE.
 Producantur rectæ AP, BP, CP in G, H & K.



In quadrilatero FAPB, cum angulus externus EAP fit, ex hypothesi, æqualis interno & oppposito PBF, Erunt interni duo oppositi FAP & FBP æquales duobus rectis; Cumque omnes quatuor interni quatuor rectis æquentur, erunt reliqui duo F & APB in eodem quadrilatero oppositi, duobus rectis etiam æquales. Sed APB & BPG efficiunt duos rectos, & igitur angulus F est æqualis angulo BPG. Similiter Ostenduntur D & BPK æquales, item E & APK.

Quoniam tres potentiaë sunt in æquilibrio, sunt immotaë, & igitur earum quælibet pro hypomochlio haberi potest reliquarum duarum respectu quæ in æquilibrio manent. Si B habeatur pro hypomochlio, per Mechanicæ notissimum theorema, Potentia A est ad potentiam C, sicut sinus anguli BPK ad finem anguli BPG, hoc est sinus anguli D ad finem anguli F, hoc est recta FE ad rectam DE. Rursus, posito C hypomochlio, potentia A est ad potentiam B ut sinus anguli CPH ad finem anguli CPB, five sinus anguli BPK ad finem anguli APK, hoc est sinus anguli D
 ad

ad finum anguli E, hoc est ut recta FE ad rectam FD. Tres igitur potentiae A, B & C sunt ut rectae FE, FD & DE. q. e. d.

Prima Demonstrationis meae verba vera esse agnoscit *lin. 16. pag. 88*, in sensu ibi posito, quem ego vicissim pro vero & meo agnosco : Sed hæc facilius ex præmissio Lemmate sequuntur, si mecum concipiatur totius lineolæ dD gravitas in ejus medium punctum congregari, nempe grave in ejus centrum gravitatis ut Geometris solenne est ; atque grave hoc, rotatione circa d centrum, in situm perpendicularem, sive inter d & Terræ centrum ferri ; hoc est, primo momento, per rectam ad dD normalem.

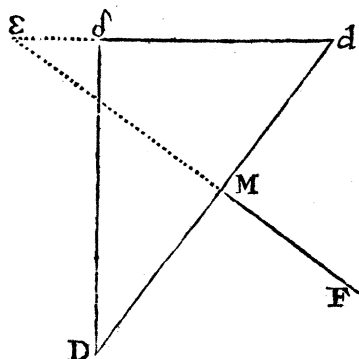
Demonstrationis meae verba sequentia aliquot *lin. 24. pag. 88*. & seqq. apponit, quibus suum in illa commentarium subnectit, in cujus ultimis verbis nempe, *ut constans quædam recta est ad illam ipsam portionem*, æquivocationi fundamentum ponit. Si per *constantem hanc rectam* intelligat infinite parvam, ejusdemque generis cum dD viz. constantem fluxionem ordinatæ in Catenaria, mecum facit, estque illud ipsum quod dixi in primis vocibus ab illo citatis, *lin. 14 & seqq.* Sed in hoc sensu non explicant verba mea ultimo citata quibus explicandis adduci videntur. In illis enim loquor non de gravitate lineæ dD quâ in situm verticalem se componere conatur, sed de gravitatis hujus causa, quam ad distinctionem voco *Gravitatis actionem* in Dd normaliter exertam. Atque causam hanc exponi jubeo per rectam *a*, ejusdem nempe generis lineam cum Catenæ longitudine quam ille assignabilem vocat. Superius quidem lineæ Dd gravitatis partem eam qua in situm verticalem se componere conatur, representari ostendi per infinite parvam sed constantem dδ : At hujus causam, quam gravitatis actionem voco, per assignabilem & constantem *a* expono. Verba enim mea sunt *Gravitatis actio in partes correspondentes Catenæ Dd normaliter exerta etiam constans erit*

erit sive ubique eadem. Exponatur hæc per rectam a. Falso igitur post verba hæc *Exponatur hæc* subjungit (*constans Gravitationis quantitas*) Et ut fidem falsæ hinc expositioni faciat, prius & etiam postea (lineis 29 & 35 pag. 88.) vocem *gravitationis* scribit caractere Italico, quali ubique mea verba à suis distinguit, cum interim à voce hac nimis ambigua prorsus abstineo, & gravitatem pro effectu, gravitatis actionem pro causa usurpo semper. Potuisset Causa, sive Gravitationis Actio, per eandem d & d etiam exponi: Et ita quidem fecissem si nulla fuisset occasio hunc applicandi potentias modum mutare. Verum cum in decursu hoc sit factum, ita ut ponderis per MF trahentis vis infinite quam nunc major evadat, ideo Causam utrique modo applicationis communem, per lineam ordinariam exponere volui.

Postquam semel invenit, vel invenisse fingit me gravitationis quantitatem qua linea dD circa d mobilis situm verticalem affectat, per lineam a exponere vel representare, multa undique illi occurrunt monstra quibuscum pag. 89 & 90 fortiter pugnat. De horum (quippe suorum) salute videat ipse: ad me nihil attinent: Ego siquidem de ponderibus π & z ab ipso in scenam productis ne verbum; qui in vocibus ab ipso citatis sic aio, d & d *representabit gravitatis partem eam qua sit ut Dd in situm verticalem se componere conatur*; & rectam assignabilem a exponere jubeo gravitatis prædictæ actionem, quarum altera est effectus, altera Causa. Licetque, ni fallor, causam ab effectu distinguere, & per lineas diversas exponere, modo hæc semper sint proportionales, ut in nostra representatione sit: Effectum siquidem per constantem infinite parvam, Causam per constantem assignabilem.

Posteriore parte paginæ 89, post citata quædam ex meis verbis, ait non satis apparere Lemmatis Mechanici vel sensum vel applicationem. De ejus sensu hæcenus dictum, quem nunc satis apparere non dubito: De applicatione nunc agendum.

Si concipiatur (ut supradictum) lineolæ dD gravitas absoluta per dD expofita, in ejus centro gravitatis M collecta, & grave hoc fecundum directionem MF ad dD normalem vi gravitatis fuæ descendere: Potentia fecundum MD trahens quæ in æquilibrio eft cum prædicto gravi, per præmiſſum lemma, eft ad ejus momen-



tum five potentiam trahentem fecundum MF , ficut δD ad δd . Nam angulus δDd , quo $D\delta$ inclinatur ad MD , æqualis eft angulo $d\epsilon F$ quo $d\delta$ inclinatur ad MF ; viz. uterque complementum anguli d ad rectum. Atque hoc etiam obtinet, agnoscente Animadverfore, fi ut in vulgari Mechanica, prædictum grave plano MF incumbens, interpoſita trochlea ad M , trahatur ab alio gravi ipſi MD incumbente: Erit hoc ad illud ficut $D\delta$ ad $d\delta$.

Quod ſi, reliquis manentibus, modus applicationis harum potentiarum mutetur, ita ut ad flexilis lineæ dD , cujus extremum d immotum, punctum medium M applicetur pondus fecundum MF vires exerens, quippe arcum centro d , radio dM , in deſcenſu deſcripturum: Erit Ponderis hujus vis, ad flexilem lineam rectam ad M incurvandam, infinita reſpectu vis fuæ gravitatis abſolutæ; & vis fecundum MD trahens ad modo deſcriptam incurvationem impediendam requiſita, etiam infinita

nita respectu ejus quæ prius requiribatur ad pondus M in plano M F sustinendum. Adeo ut potentiæ quæ, in priore applicationis modo, exponebantur per $d\delta$, δD , nunc exponendæ veniant per infinite majores prioribus proportionales: Nam, ut prius, pondus M trahit secundum directionem M F, & potentia illud sustinens secundum M D; & hæc duo esse in æquilibrio, ex partium Catenæ quiete constat. Eadem igitur manebit harum ratio quæ prius fuerat. Sed causa quæ lineam flexilem d D (cujus extremum d immotum, cujusque medio puncto M applicatur grave infinite quidem parvum, sed cujus vires per hunc applicationis modum infinite majores redduntur, & proinde in Animadverforis phrasi assignabiles fiunt) in rectam extendit, est Catenæ D A gravitas quæ est ipsius longitudini proportionalis. Hæc ergo est ad constantem & assignabilem a (constanti sed inassignabili $d\delta$ proportionalem) ut $D\delta$ ad δd . Atque sic Animadverfori patere credo veram conclusionem absque assumptis erroneis fuisse probatam.

Ad fugillationes sub initium ac finem Animadversionis istius tam indecore sparsas, commodius respondebitur, cum Auctor innotescet; Nam cum ignoto de Mathematicis posthac, nedum aliis, disputare facile mihi non persuaserim.