May 11, 1882.

THE PRESIDENT in the Chair.

The Presents received were laid on the table, and thanks ordered for them.

The Right Hon. Sir Henry Bartle Edward Frere (elected 1877) was admitted into the Society.

The following Papers were read:—

I. "Sur l'Inversion Générale." Par T. S. VANĚČEK. Communicated by Dr. HIRST, F.R.S. Received April 27, 1882.

Dans une note "Sur l'inversion générale" qui était publiée dans les Comptes rendus de l'Académie Française,* j'ai exposé l'idée d'une transformation plus générale que celle par rayons vecteurs réciproques. Dans la note présente je ferai l'extension de cette transformation.

1. Considerons une conique générale C et deux droites L, D. La première doit être transformée par rapport à la droite D, appelée directrice, et à la conique C, courbe fondamentale.

A un point a de la droite L correspond une polaire A par rapport à C et coupe la droite D en un point a_1. La polaire A_1 de ce point coupe la droite A en un point a_2 qui est le transformé du point a.† Sa polaire passe par les points a et a_1. Les points a, a_1, a_2 forment un triangle polaire par rapport à la conique fondamentale C.

Quand le point a parcourt la droite proposée L, le point a_1 parcourt la droite directrice D, et le point a_2 décrit une conique (a_2) qui passe par les points d'intersection des deux droites L, D avec la conique C et par leurs pôles l, d.‡ Sa polaire A_2 enveloppe une autre conique (A_2) qui touche les droites données L, D et les tangentes à la conique fondamentale dans les points d'intersection de celle-ci avec les droites L, D.

2. Supposons que la droite L soit remplacée par une courbe d'ordre m et la droite D par une courbe d'ordre n, la courbe inverse de l'une

* Tome xciv, p. 1042 (10 Avril, 1882).

† Hirst, "On the Quadric Inversion of Plane Curves," "Roy. Soc. Proc.," (1865), vol. 14, p. 92.

‡ *Ibid.*, p. 95.

par rapport à l'autre est d'ordre $2mn$, donée de $2n$ points d'ordre m et de $2m$ points de l'ordre n.

Nous pouvons donc énoncer les théorèmes suivants :

Quand le sommet a *d'un triangle polaire* a, a_1, a_2 *par rapport à une conique* C *parcourt une courbe* L *de l'ordre* m *et* a_1 *parcourt une courbe* D *de l'ordre* n, *le troisième sommet* a_2 *décrit une courbe d'ordre* 2 mn *qui a* 2m *points multiples d'ordre* n *et* 2n *points multiples d'ordre* m *qui sont les points d'intersection des courbes* L, D *avec la conique* C. Et réciproquement.

Quand le côté A *d'un triangle polaire par rapport à la conique* C *enveloppe une courbe* L_1 *de la classe* m, *et le côté* A_1 *enveloppe une courbe* D_1 *de la classe* n, *le troisième côté* A_2 *enveloppe une courbe* (A_2) *de la classe* 2mn, *douée de* 2m *tangentes multiples de la classe* n *et de* 2n *tangentes multiples de la classe* m *qui sont respectivement tangentes communes des courbes* L_1, C *et des courbes* D_1, C.

Les courbes (a_2) et (A_2) sont les polaires réciproques par rapport à la conique C.

3. La courbe (a_2) est la même si nous transformous la courbe L par rapport à la directrice D ou cette courbe D par rapport à L comme directrice. Considérons la courbe L comme dans le paragraphe précédent, d'ordre m, et la courbe D d'ordre n. Les points d'intersection de la courbe L ou D avec la conique fondamentale C appelons les points fondamentaux. Nous pouvous énoncer les théorèmes suivants.

Un simple point fondamental de la courbe L devient un point multiple d'ordre n de la courbe inverse (a_2).

Le point fondamental d'ordre m_1 de la courbe L est un point multiple d'ordre $m_1 n$ de la courbe inverse (a_2).

Quand les deux courbes L, D ont un point fondamental simple a commun, ce point se transforme en un point multiple d'ordre $m+n-2$ de la courbe (a_2) et en la tangente de la conique fondamentale C en ce point a, qui fait une partie de la courbe inverse (a_2).

Le point fondamental a étant un point multiple d'ordre m_1 de la courbe L et le point multiple d'ordre n_1 de la courbe D, ce point se transforme en un point multiple d'ordre.

$$(n-n_1)m_1+(m-m_1)n_1,$$

et en la tangente A de la conique fondamentale en ce point ; la droite A fait une partie de la courbe inverse (a_2) et elle est une droite multiple d'ordre $m_1 n_1$.

Le point multiple a d'ordre m_1 de la courbe L n'étant pas un point fondamental se transforme en n points multiples d'ordre m_1 qui se trouvent sur la droite A, polaire du point a. Quand ce point a se réunit avec un point multiple d'ordre n_1 de la courbe D, il se transforme en m points multiples d'ordre n_1 de la courbe inverse (a_2), qui sont distribués sur la même droite polaire A.

D'après cela il est toujours possible de déterminer le nombre et l'espèce des points multiples de la courbe inverse et aussi l'ordre de la courbe (a_2) ou la classe de la courbe (A_2).

Supposons que la courbe inverse (a_2) d'une courbe L par rapport à une autre courbe D comme directrice soit construite; la courbe inverse (α_2) de la courbe (a_2) par rapport à L se décompose en la courbe D et, une autre courbe, dont l'ordre est déterminé, ou réciproquement la courbe (a_2) a pour courbe inverse par rapport à la courbe D directrice une courbe qui se décompose en la courbe L et en une autre courbe, dont l'ordre est connu.

4. Le point a de la courbe proposée L a une tangente A' a cette courbe; cette tangente coupe la conique fondamentale C en deux points t, u. La polaire A du point a coupe la courbe directrice D en n points. La tangente B' en un de ces points b rencontre C en deux points x, y, et la droite polaire B du point b coupe la droite A en un point a_2 qui est un point de la courbe inverse (a_2). Considérons le point de contact a comme deux points infiniment voisins; la même chose a lieu au point b. A ces points infiniment voisins correspondent aussi tels points dans la courbe inverse.

Ainsi la courbe inverse de l'une des droites A', B' par rapport à l'autre, qui est une conique E, a avec la courbe (a_2) deux points infiniment voisins communs. Ces deux courbes ont par conséquent une tangente commune en ce point a_2. La conique E est plus que déterminée par les points t, u, x, y et par a_2. Quand les points t, u ou x, y sont imaginaires, ils sont remplacés par la tangente et son point de contact, ou respectivement par deux tangentes et leurs points de contact et par le point a_2.

Le point a_2 sur la courbe inverse (α_2) étant donné nous construisons sa droite polaire par rapport à la conique fondamentale C et cherchons le point a sur L et b sur D qui correspondent au point a_2. La conique E est alors déterminée et par conséquent aussi la tangente en a_2.

II. "On the Organisation of the Fossil Plants of the Coal-measures. Part XII." By Professor W. C. WILLIAMSON, F.R.S. Received May 4, 1882.

(Abstract.)

At the recent meeting of the British Association at York, Messrs. Cash and Hick read a memoir, since published in Part IV of vol. vii of the "Proceedings of the Yorkshire Geological and Polytechnic Society," in which they described a stem from the Halifax Carboniferous deposits characterised by a form of bark hitherto unobserved in those rocks. To this plant they gave the name of Myriophylloides William-